

Для получения некоторых качественных результатов упростим задачу, считая материал заполнителя СТЛ недеформируемым (E_2 бесконечно велико) или, что то же самое, нижнюю струну скрепленной с корпусом СТЛ. Решение этой задачи может быть получено из приведенного решения предельным переходом при $E_2 \rightarrow \infty$. Более наглядным, однако, является последовательное решение упрощенной задачи.

Движение СТЛ в этом случае описывается уравнением

$$EI \frac{\partial^4}{\partial z^4} \left(1 + \mu' \frac{\partial}{\partial t} \right) u + \rho_s \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - T \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = f(z, t), \quad (4.144)$$

где функции $u(z, t)$, $f(z, t)$ имеют вид (4.134) и (4.138). После подстановки этих функций в уравнение (4.144) получим:

$$R_0 + Ps = 0;$$

$$l_0 U_{nk} \Delta_{nk} = R_k + P\varphi_{nk}; \quad |n| + |k| \neq 0, \quad (4.145)$$

где

$$\Delta_{nk} = \text{Re} \Delta_{nk} + \text{Im} \Delta_{nk};$$

$$\text{Re} \Delta_{nk} = EI n_6^4 - \rho_s k_6^2 + T n_6^2;$$

$$\mu' EI n_6^4 k_6 = \text{Im} \Delta_{nk}.$$

Из условия равенства нулю прогиба СТЛ над опорой имеем:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} U_{nk} = 0, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4.146)$$

Из уравнений (4.145), (4.146) определим коэффициенты U_{nk} , R_k и выделим действительную часть функции $u(z, t)$. Опуская промежуточные выкладки, запишем динамический прогиб СТЛ в виде:

$$\begin{aligned} u(z, t) &= U_{00} + \frac{1}{l_0} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[\text{Re} R_k \sum_{n=-\infty}^{\infty} (A_{nk} \cos \beta_{nk} + B_{nk} \sin \beta_{nk}) \right] = \\ &= \text{Im} R_k \sum_{k=-\infty}^{\infty} (B_{nk} \cos \beta_{nk} - A_{nk} \sin \beta_{nk}) + \end{aligned}$$

$$+ P \sum_{k=-\infty}^{\infty} \varphi_{nk} (A_{nk} \cos \beta_{nk} + B_{nk} \sin \beta_{nk}), \quad |n| + |k| \neq 0. \quad (4.147)$$

Здесь

$$A_{nk} = \frac{\text{Re} \Delta_{nk}}{|\Delta_{nk}|^2}; \quad B_{nk} = \frac{\text{Im} \Delta_{nk}}{|\Delta_{nk}|^2}; \quad \beta_{nk} = n_6 z + k_6 t;$$

$$|\Delta_{nk}|^2 = (\text{Re} \Delta_{nk})^2 + (\text{Im} \Delta_{nk})^2;$$

$$\text{Re} R_k = -P \frac{A_k C_k + B_k D_k}{A_k^2 + B_k^2}; \quad \text{Im} R_k = -P \frac{A_k D_k - B_k C_k}{A_k^2 + B_k^2};$$

$$A_k = \sum_{j=-\infty}^{\infty} A_{jk}; \quad B_k = \sum_{j=-\infty}^{\infty} B_{jk};$$

$$C_k = \frac{s(-1)^{(1-s)^k} \text{Re} \Delta_{-ks, k}}{|\Delta_{-ks, k}|^2}; \quad D_k = \frac{s(-1)^{(1-s)^k} \text{Im} \Delta_{-ks, k}}{|\Delta_{-ks, k}|^2};$$

$$\text{Re} R_0 = -Ps; \quad \text{Im} R_0 = 0; \quad U_{00} = \frac{P}{l} A_0; \quad A_0 = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{\text{Re} \Delta_{j0}};$$

$$\varphi_{nk} = \begin{cases} s(-1)^{(1-s)^k}, & n = -ks; \\ 0, & n \neq -ks. \end{cases}$$

Динамический прогиб (4.147) можно представить в виде суммы стационарной и колебательной составляющих

$$u(z, t) = u_0(z) + u_{\text{кол}}(z, t),$$

где

$$u_0(z) = \frac{Ps}{l_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1 - \cos \beta_{n0}}{\text{Re} \Delta_{n0}} = \frac{2P}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \cos n_6 z}{EI n_6^4 + T n_6^2}. \quad (4.148)$$